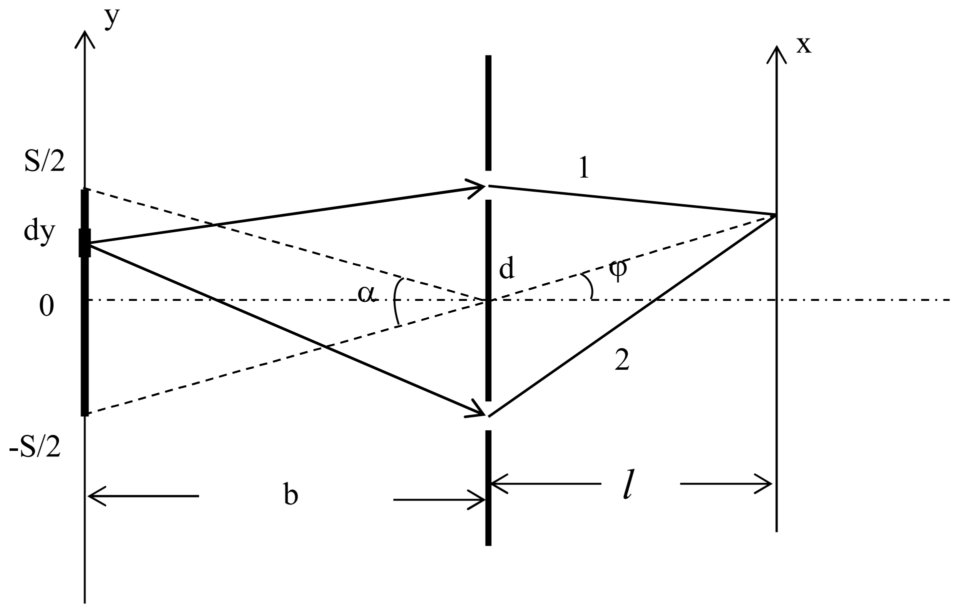
Лекция 10. ***Пространственная когерентность.***

Рассмотрим классическую схему Юнга, источником в которой является щель шириной S. Выберем узкую полоску щели шириной dy, находящуюся на расстоянии y от оси системы и найдем разность фаз для волн, идущих от этой полоски.

Оптическая разность фаз, набираемая волнами 1 и 2 в области,



лежащей за Юнговскими щелями

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x \cdot d}{l}. \tag{1}$$

.

В левой части схемы волны, идущие от точки с координатой y набирают дополнительную разность фаз

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{y \cdot d}{b}, \tag{2}$$

где b-расстояние от иточника до экрана с Юнговскими щелями.

Суммарная разность фаз $\delta = \delta_1 + \delta_2$

Конечным образом, задача сводится к нахождению суперпозиции интерференционных картин, образующихся при сложении волн, идущих от разных некогерентных частей источника.

Интенсивность волн, идущих от бесконечно узкого участка щели dy, находящегося на расстоянии y от центра щели $dI = 2di(1 + \cos\delta)$.

Элементарная интенсивность

$$di = \frac{I_0}{S}dy, \tag{3}$$

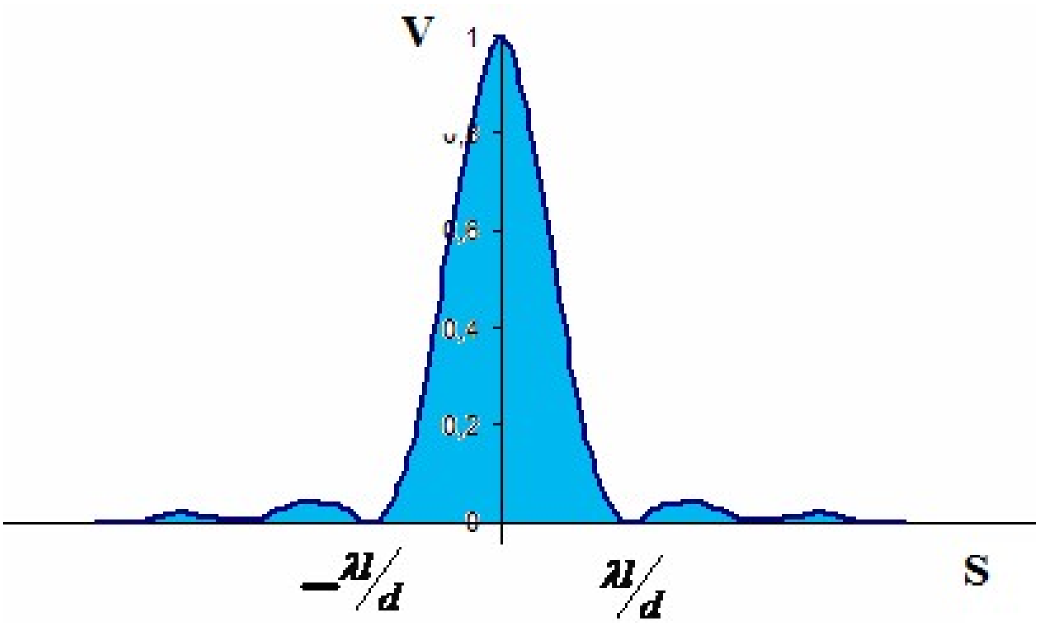
где I_0-интенсивность света, испускаемого всей щелью.

Полагая, что волны идущие от разных участков щели некогерентны, можем записать выражение для интенсивности интерференционной картртины:

$$I = \frac{2I_0}{S}\int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} (1+\cos(\delta_1 + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{y\cdot d}{b})dy\,. \qquad (4)$$

Выполнив интегрирование получим

$$I = 2I_0\left(1+\frac{\sin\frac{\pi S\cdot d}{\lambda b}}{\frac{\pi S\cdot d}{\lambda b}}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{x\cdot d}{l}\right)\right)$$



Видность интерференционной картины

$$V = \left|\frac{\sin\frac{\pi S\cdot d}{\lambda b}}{\frac{\pi S\cdot d}{\lambda b}}\right|, \qquad (4)$$

.

В отличии, от решенной нами задачи о временной когерентности, в данном случае видность интерференционной картины зависит только от параметров источника и расстояния между щелями и не зависит от координаты точки наблюдения. Первое исчезновение интерференционной картины наблюдается при условии

$$\frac{\pi S\cdot d}{\lambda b} = \pi\,, \qquad (5)$$

или при ширине щели

$$S_{\max} = \frac{\lambda b}{d}, \tag{6}$$

при этом интерференционная картина исчезает во всем пространстве *независимо* от координаты x.

Оценки и цифры:

$\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\,м, \quad d = 10^{-3}\,м, \quad b = 0.1м, \quad S_{\max} = 5 \cdot 10^{-5}\,м = 0.05мм.$

Поэтому все спектральные приборы оснащены щелевыми механизмами, позваляющими регулировать ширину входной и выходной щелей с точностью до тысячной доли милиметра.

Для характеристики степени когерентности введем параметр ρ, называемый радиусом когерентности. Величина данного параметра равна максимальному расстоянию между Юнговскими щелями при котором еще видна интерференционная картина, данный параметр является характеристикой источника в месте построения интерференционной схемы.

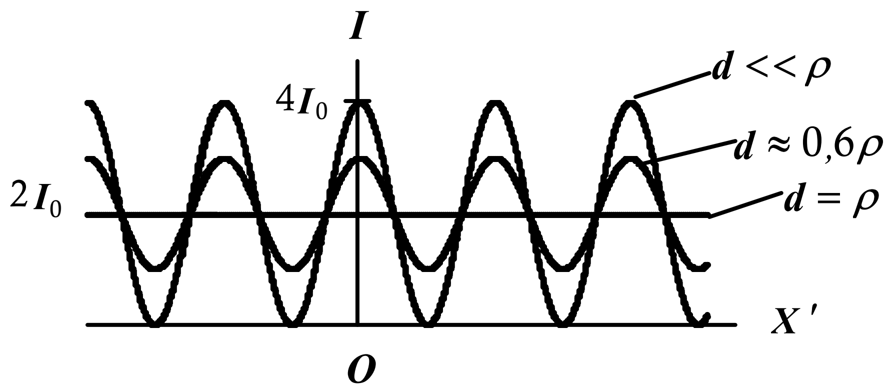


Рис.2.7. Распределение по оси X' интенсивности интерференционной картины для трех значений расстояния между щелями

Нетрудно показать, что при заданном размере источника S

$$\rho_{ког} = d_{мах} = \frac{\lambda b}{S}. \tag{7}$$

Учтя, что угловой размер источника $\alpha = \frac{S}{b}$ получим известное выражение для радиуса когерентности:

$$\rho_{ког} = \frac{\lambda}{\alpha}. \tag{8}$$

Очевидно, чем меньше угловой размер источника, тем больше радиус когерентности источника. Можно показать, что волны, идущие от точек, отстоящих друг от друга на расстояние ρ, имеют разность фаз π и гасят друг друга, чем и объясняется эффект исчезновения интерференционной картины.

Обычные источники имеют пространственный размер и широкий спектр, поэтому для их характеристики вводится объем когерентности:

$$V = \pi \rho_{ког}^2 L_{ког} \qquad (9)$$

Многолучевая интерференция.

Рассмотрим теперь интерференционную картину от N когерентных источников для случая, когда фаза n-го источника отличается от фазы первого источника на величину $n\delta$, где δ - разность фаз между соседними источниками. Согласно принципу суперпозиции комплексная амплитуда суммарного волнового поля этих источников определяется выражением для суммы членов геометрической прогрессии

$$E = A_0 e^{-i\omega t}(1 + e^{i\delta} + e^{i2\delta} + e^{i3\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta})$$

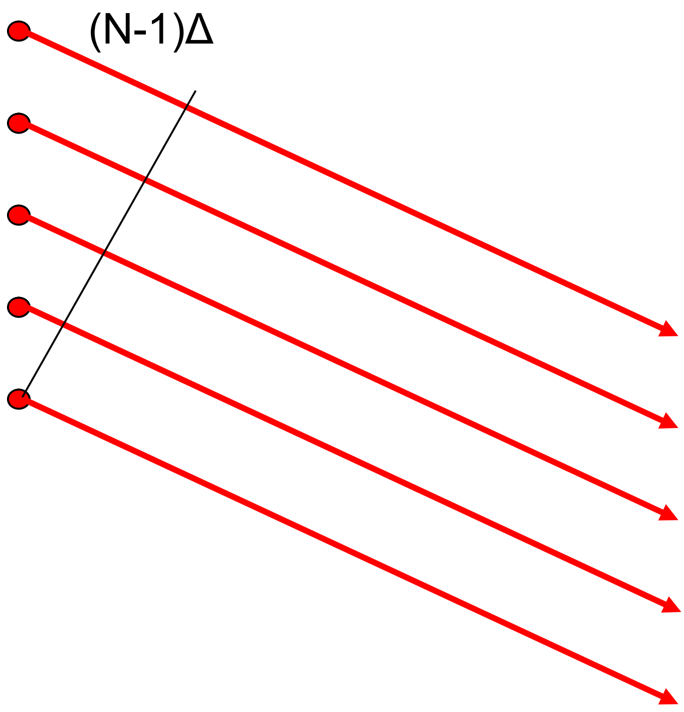
Амплитуда

$$\widetilde{A} = \sum_{n=1}^{N} A_0 \exp(in\delta) = A_0 \frac{1-\exp(iN\delta)}{1-\exp(i\delta)}$$

В соответствии с формулой (2.1), после преобразований получаем формулу для интенсивности

$$I = I_0 \left(\frac{sin(N\delta/2)}{sin(\delta/2)} \right)^2, \qquad (10)$$

где I_0 - интенсивность света, испускаемого одним источником.



В частности, когда источники расположены на отрезке прямой на равном расстоянии d друг от друга, выражение для разности фаз имеет вид:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \, sin\,\theta . \qquad (11)$$

Из формулы (10) легко показать, что интенсивность излучения для углов, удовлетворяющих условию $\delta = 2\pi m$, или

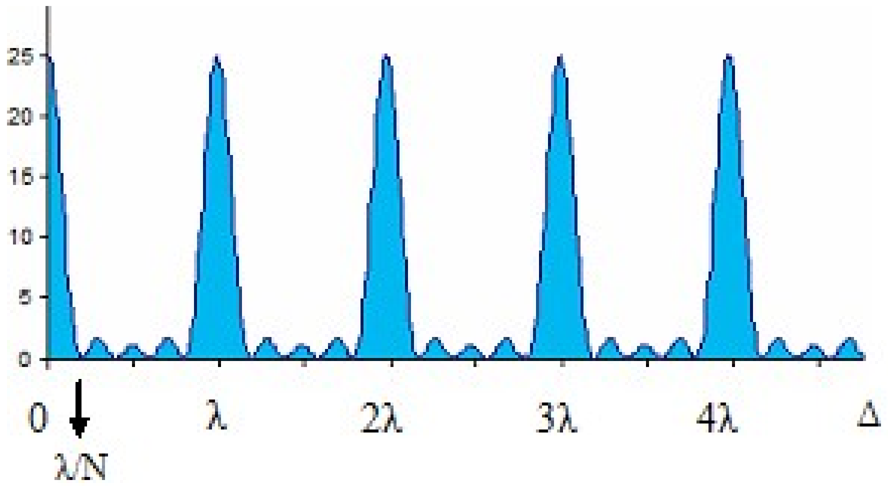
$$d\,sin\theta = m\lambda \qquad (12)$$

оказывается в N^2 больше интенсивности одного источника I_0, т.е. в этих направлениях наблюдаются (главные) максимумы излучения.

Интерференционные минимумы определяются равенством 0 только числителя при не равном 0 знаменателе в выражении (2). Условия минимума:

$\delta = 2\pi(m + l/N)$ или

$d\sin\varphi = (m + l/N)\lambda$, где $l = 1,2,....,(N-1)$, то есть между главными максимумами наблюдается $(N-1)$-минимум.



Распределение интенсивности при многолучевой интерференции (N=5)

Интенсивность в максимуме интеренции увеличивается N^2 раз, ширина максимума уменьшается в N раз, что позволяет использовать многолучевую интерференции для наблюдения узких спектральных линий. На основе данного явления работают многолучевые интерферометры и дифракционные решетки.